

# ネットワークのスケールフリー構造が エンド-エンド性能に与える影響に関する一考察

八木幸太郎<sup>†</sup> 大崎 博之<sup>†</sup> 今瀬 眞<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 大阪大学 大学院情報科学研究科

〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 1-5

E-mail: †{kou-yagi,oosaki,imase}@ist.osaka-u.ac.jp

あらまし 近年、インターネットに代表されるさまざまなネットワークが、スケールフリー構造を持つことが報告されている。本稿では、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能にどのような影響を与えるかを、簡単な数値計算により明らかにする。ネットワークのトポロジとして、ノード数およびリンク数が等しい、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークを用いる。各ネットワーク上での、各フローのエンド-エンド性能(スループット)を比較する。その結果、(1) ネットワークの平均次数が小さい(ネットワーク中のリンク数が少ない)時には、スケールフリーネットワークのエンド-エンド性能が高いこと、(2) 逆に、ネットワークの平均次数が大きい(ネットワーク中のリンク数が多い)時には、ランダムネットワークのエンド-エンド性能が高いことを示す。

キーワード ランダムネットワーク、スケールフリーネットワーク、BA (Barabasi-Albert) モデル、エンド-エンド性能

## On the Effect of Scale-Free Structure of Network Topology on End-to-End Performance

Kotaro YAGI<sup>†</sup>, Hiroyuki OHSAKI<sup>†</sup>, and Makoto IMASE<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University

1-5 Yamadaoka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

E-mail: †{kou-yagi,oosaki,imase}@ist.osaka-u.ac.jp

**Abstract** In recent years, it has been reported that several existing networks represented by the Internet have a scale free structure. In this paper, through a simple numerical analysis, we investigate what effect the scale free structure of communication networks has on its end-to-end performance. As topologies of a network, a random network and a scale-free network with the equal number of nodes and the equal number of links are used. We compare end-to-end performance of flows (i.e., throughput) in both random and scale-free networks. Consequently, we show that when the average degree of a network is small (i.e., the number of links is small), a scale-free network shows better end-to-end performance. On the contrary, when the average degree of a network is large (i.e., the number of links is large), we show that a random network shows better end-to-end performance.

**Key words** Random Network, Scale-free Network, BA (Barabasi-Albert) Model, End-to-End Performance

### 1 はじめに

近年、ネットワークの大規模化・複雑化が急速に進んでいる [1]。現実存在するさまざまなシステムの中でも、インターネットは人工物として最大規模の複雑システムであると言える。インターネットは、現在もその規模が拡大しており、すでに、ネットワークの動作を、人間が直感的に理解することが困難となっている。インターネットのような大規模なシステムの特性

を明らかにするため、大規模システムや複雑システムに関する研究が盛んに行われている [2,3]。

このような研究の中で、特に、大規模な通信ネットワークのトポロジ構造への注目が高まっている [4]。通信ネットワークのトポロジ構造に関する研究は、古くからなされてきた [5,6] が、これらの研究は比較的小規模な通信ネットワークを対象としていた。1990年代後半に、インターネットにおける AS 間のトポロジや、Web ページのハイパーリンクのトポロジなど、現実の

さまざまなネットワークがスケールフリー構造を持つことが発見された [2]。

これをきっかけにして、最適な通信ネットワークのトポロジへの関心が高まっている。従来の通信ネットワークのトポロジに関する研究の多くは、スター型、リング型、メッシュ型のような規則的なネットワークトポロジか、もしくはノード間のリンクの接続確率が一定であるという、ランダムネットワークを対象としたものが大半であった。しかし、スケールフリーネットワークが有する、さまざまな特性が明らかになるにつれ、通信ネットワークとスケールフリー構造との関係に注目が集まっている。

スケールフリーネットワークの特性として、例えば、ネットワークの平均距離 (任意のノード間の最短経路長の平均) がランダムネットワークよりもはるかに小さいこと、ノードのランダムな障害に対して堅牢である (ノード間の接続性がより維持されやすい) ことなどが挙げられる。このため、ネットワークの信頼性を向上する、大規模な通信ネットワークのトポロジ [7] や、パケットの転送効率を向上する、大規模な通信ネットワークのトポロジ [8,9] に関する研究が行なわれている。

しかし従来の研究では、ネットワークそのものの品質 (通信ネットワークの信頼性・耐故障性や、リンク間の性能など) にも着目しており、通信ネットワークにとって重要となる、利用者から見た性能 (エンド-エンド性能) は考慮されていない。

ネットワークの平均距離が小さいという、スケールフリーネットワークの特性は、情報の検索や到達性の維持という点で有利に働く。しかし、ネットワーク上でのトラフィック転送を考えると、スケールフリーネットワークの小さな平均距離は、ハブとなるノードにトラフィックが集中することを意味する。ハブとなるノードにトラフィックが集中すれば、そのハブがネットワークのボトルネックとなり、ネットワーク全体の性能を律速してしまう。つまり、ネットワークのエンド-エンド性能という観点から考えると、スケールフリー構造によってもたらされる小さな平均距離と、ハブへのトラフィック集中は相反する効果をもたらすと考えられる。

そこで本稿では、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能にどのような影響を与えるかを、簡単な数値計算により明らかにする。ネットワークのトポロジとして、ノード数およびリンク数が等しい、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークを用いる。各ネットワーク上での、各フローのエンド-エンド性能 (スループット) を比較する。その結果、(1) ネットワークの平均次数が小さい (ネットワーク中のリンク数が少ない) 時には、スケールフリーネットワークのエンド-エンド性能が高いこと、(2) 逆に、ネットワークの平均次数が大きい (ネットワーク中のリンク数が多い) 時には、ランダムネットワークのエンド-エンド性能が高いことを示す。

本稿の構成は以下の通りである。まず、2章において関連研究を紹介する。3章では、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークの、基本的な特性を簡単に説明する。4章では、簡単な数値計算により、各フローへの帯域割当が Max-Min 公平性に従うと仮定した時の、各フローのスループットを求め

る。5章では、いくつかの数値例により、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能に与える影響を明らかにする。最後に6章において、本稿のまとめと今後の課題を述べる。

## 2 関連研究

文献 [10] では、ネットワークのスケールフリー構造が、ルータの負荷に与える影響を調査している。ここで、「ルータの負荷」とは、ルータを通過するパケット数として定義されている。文献 [10] は、(1) すべてのノードが一様にパケットを送信する、(2) ルーティングはホップ数によって決定される (つまり、パケットは最短経路を通過する)、という条件のもとでは、ルータの負荷の分布がべき乗則に従うことを示している。ただし文献 [10] は、スケールフリーネットワークのみを対象としており、スケールフリー構造を持たないネットワークの特性を調査していない。また、ルータを通過するパケット数という、ルータ単位の負荷にのみ着目しており、エンド-エンド性能を考慮していない。

文献 [11] では、パケット交換ネットワークの最適なネットワークトポロジを調査している。ここでは、ルーティングは、ニューラルネットワークによって決定されると仮定している。文献 [11] は、(1) ルータのパックファサイズの分布がべき乗則に従う、(2) パケットのルーティングは、下流のルータのパックファサイズに比例した確率で決定される、という条件のもとでは、ネットワークトポロジとして、スケールフリーネットワークが最適であることを示している。しかし文献 [11] では、ニューラルニューラルを用いた特殊なルーティングを前提としているため、ここでの結果を、一般的なパケット交換ネットワークへは適用できない。また、リンク単位の転送効率のみに着目しており、エンド-エンド性能を考慮していない。

文献 [12] では、単純化されたパケット交換ネットワークのモデルを提案することにより、パケット交換ネットワークの特性を調査している。ここでは、ネットワーク中には一定数のパケットが存在し、それぞれのパケットはノード間をランダムに移動する、また、ルータは同時に単一のパケットしか収容できない、という簡単なモデルを考えている。文献 [12] は、このモデルの性質は、Fermi-Dirac 分布によって与えられることを示しており、ネットワーク中で輻輳が発生する確率 (パケットがルータに収容されない確率) を導出している。しかし文献 [12] では、非常に単純化されたネットワークを対象としており、ここでの結果を一般化することは困難である。また、リンク単位の転送効率のみに着目しており、エンド-エンド性能を考慮していない。

本稿では、これらの研究とは異なり、ルータ単位やリンク単位の性能だけでなく、利用者にとって重要となる、エンド-エンド性能にも着目した評価を行う。

## 3 ランダムネットワークとスケールフリーネットワーク

本章では、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークの基本的な特性を概説する。また、4章で用いる、ラ

ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークを生成するモデルもあわせて説明する。

ランダムネットワークとは、各ノード間にリンクが存在する確率が一樣であるネットワークである [13]。ランダムネットワークを生成する代表的なモデルとして、ER (Erdos-Renyi) モデル [14] などが知られている。ランダムネットワークの生成には、ノード数  $N$ 、ノード間の接続確率  $p$  の2つのパラメータを用いる。 $N$  個のノードを配置し、すべてのノード間に確率  $p$  でリンクを生成することにより、ランダムネットワークを生成することができる。

ランダムネットワークの特性として、次数分布  $P(k)$  が二項分布に従うこと、十分大きな  $N$  に対して、平均距離が  $l \propto \log N$  となることなどが知られている [15]。

スケールフリーネットワークとは、次数分布が、以下のようべき乗則に従うネットワークである [2]。

$$P(k) \propto k^{-\lambda} \quad (1)$$

これまで、スケールフリーネットワークを生成する、さまざまなモデルが提案されている [16, 17]。本稿では、その中でも最も代表的なモデルの一つである、BA (Barabasi Albert) モデル [18] を説明する。BA モデルは、ネットワークの成長およびリンクの優先的選択という性質を持つ。まず、少数のノードにより連結されたネットワークを作成し、ネットワークにノードを一つずつ追加してゆく。この時、既存のノードとの間に、そのノードの次数に比例した確率でリンクを生成することにより、スケールフリーネットワークを生成することができる。BA モデルによって生成されたネットワークは、べき指数  $\lambda = 3$  となることが知られている。

スケールフリーネットワークの特性として、平均距離  $l$  が、ランダムネットワークのそれよりも非常に小さいということが挙げられる。十分大きな  $N$  に対して、 $2 < \lambda < 3$  の時、平均距離が  $l \propto \log \log N$  となることなどが知られている [15]。

#### 4 ネットワークモデルおよび各フローのスループット計算方法

以下では、簡単な数値計算により、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能に与える影響を調査する。ここでは、TCP の輻輳制御の細かな特性を考慮せず、各フローの帯域割当は Max-Min 公平性 [19] に従うと仮定する。これにより、TCP の輻輳制御の影響を除いた、ネットワークのトポロジそのものの特性を調べることが可能となる。

ネットワークのトポロジとして、ランダムネットワークおよび BA モデルによって生成したスケールフリーネットワークを用いる。ランダムネットワークを  $G_R = (V_R, E_R)$ 、スケールフリーネットワーク  $G_S = (V_S, E_S)$  と表記する。また、ネットワークのノード (ルータもしくはホスト) 数を  $N (= |V_R| = |V_S|)$ 、平均次数 (ノードに接続されているリンク数の平均) を  $k$  と表記する。ノード数  $N$  および平均次数  $k$  が等しい、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークを比較することにより、ネットワークのトポロジ構造が、エンド-エンド性能に与

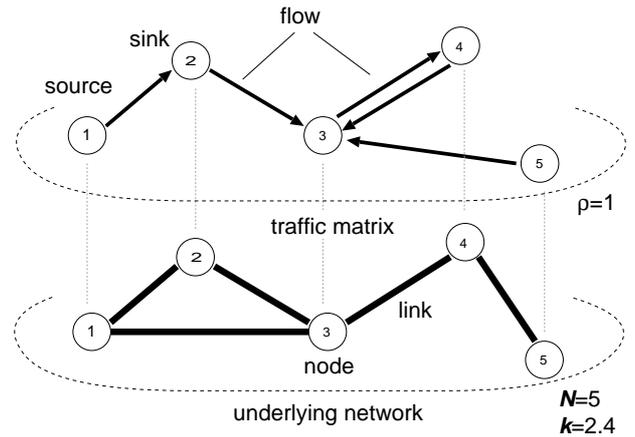


図1 ネットワークモデルおよびネットワーク上のフローモデル  
Fig. 1 Flow model and underlying network model

える影響を明らかにする。簡単のため、すべてのリンクの帯域および伝搬遅延はすべて等しく、それぞれ  $B$  および  $L$  とする。

ランダムネットワーク  $G_R$  およびスケールフリーネットワーク  $G_S$  上に、フローをランダムに生成する。ネットワーク上のフローは、ノード数  $N$  および平均次数  $\rho k$  のランダムネットワーク  $T_R$  によって与える。ここで  $\rho$  を負荷率と呼ぶ。 $G_R$  および  $G_S$  のリンク数が  $|E_R| = |E_S| = kN/2$  であることから、負荷率  $\rho$  は、ネットワークのリンク数の何倍のフロー数を生成するかを意味するパラメータである。なお、各フローのルーティングは最短経路によって決定されるものとする。

各フローへの帯域割当は Max-Min 公平性に従うと仮定し、以下のような手順によって、各フローのスループットを計算する。  
(1) すべてのフローに対し、スループットを 0 に初期化する。フロー  $i$  のスループットを  $r_i$  とすれば、

$$\forall i \quad r_i \leftarrow 0 \quad (2)$$

とする。

(2) ボトルネックリンクを通過していない、すべてのフローのスループットを  $\Delta$  だけ増加させる。

$$\forall i \in \mathcal{F} \quad r_i \leftarrow r_i + \Delta$$

ここで  $\mathcal{F}$  は、ボトルネックリンクを通過していないフローの集合である。

(3) いずれかのリンクがボトルネックとなれば、そのリンクを通過しているすべてのフローを  $\mathcal{F}$  から除き、ステップ (2) に戻る。

上記のような手順を、十分小さな  $\Delta$  を用いて実行することにより、各フローへの帯域割当が Max-Min 公平性に従う場合の、各フローのスループットを数値的に求めることができる。

#### 5 数値例

次に、いくつかの数値例を示すことにより、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能に与える影響を議論する。以下では、特に断わりのない限り、以下のようなパラメータを用いている：ノード数  $N = 100$ 、平均次数  $k = 3$ 、リ

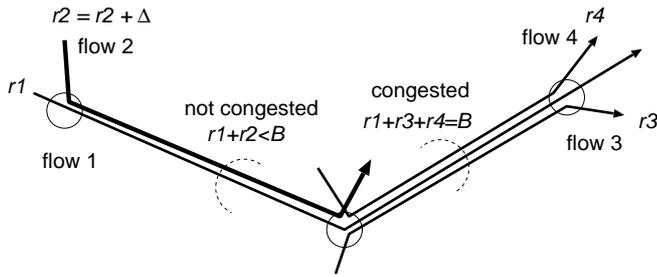


図2 帯域割当てが Max-Min 公平性に従う時の各フローへのスループット計算方法  
Fig. 2 Computation of each flow's throughput satisfying Max-Min fairness

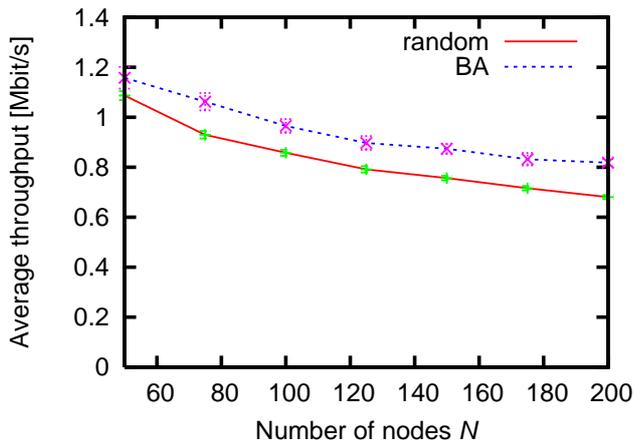


図3 ノード数  $N$  を変化させた時のフローの平均スループット ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
Fig. 3 Average flow throughput for the different number of nodes  $N$  ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

リンクの帯域  $B = 10$  [Mbit/s]、負荷率  $\rho = 5.0$ 。

50 個のランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークを生成し、それぞれのネットワークにおいて、各フローのスループットおよび各リンクの利用度を数値的に計算した。なお、リンクの利用度は、そのリンクを通過するフローのスループットの和を、リンクの帯域で正規化したものである。

ノード数  $N$  を 50 から 200 に変化させた時の、フローの平均スループットを図 3 に示す。図中には、95% 信頼区間もあわせて示している。この図より、ノード数  $N$  によらず、BA モデルによって生成したスケールフリーネットワークのほうが、15 ~ 20% 程度高いスループットを示していることが分かる。

ネットワークのノード数  $N$  および平均次数  $k$  が等しく、ネットワークのトポロジのみが異なっているにもかかわらず、ランダムネットワークとスケールフリーネットワークで、フローの平均スループットが大きく異なっていることは注目値する。今回の実験では、ランダムネットワーク、スケールフリーネットワークともに、 $\rho|E_R| (= \rho|E_S|)$  本のフローをランダムに生成している。このため、スケールフリーネットワークは、ランダムネットワークよりも、ネットワーク全体として、15 ~ 20% 程度多くのパケットを転送できている。

ここで、各フローのスループットに、どの程度ばらつきがあ

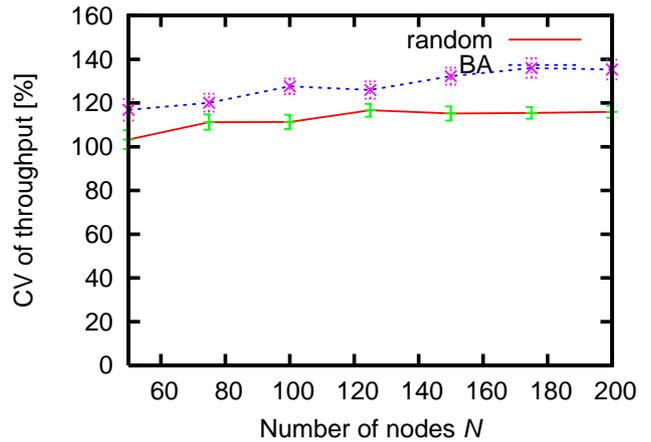


図4 ノード数  $N$  を変化させた時のフローのスループットの分散係数 ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
Fig. 4 CV of flow throughputs for the different number of nodes  $N$  ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

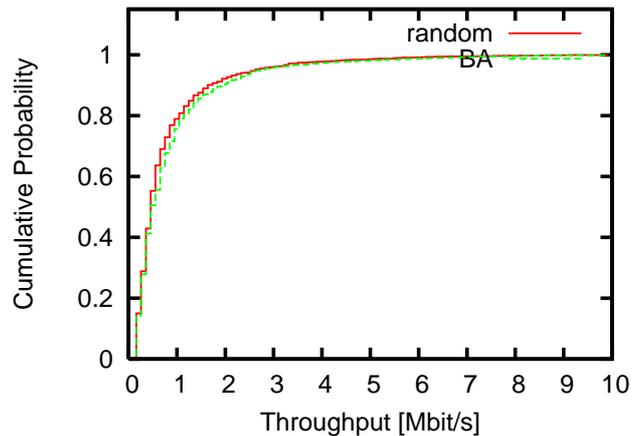


図5  $N = 100$  の時のフローのスループットの累積確率  
Fig. 5 Cumulative probability of flow throughput for  $N = 100$

るかに着目する。図 4 に、ノード数  $N$  を 50 から 200 に変化させた時の、フローのスループットの分散係数を示す。この図より、ノード数  $N$  の値によらず、スケールフリーネットワークのほうが、ランダムネットワークよりも、フローのスループットのばらつきが大きいことが分かる。例えば、 $N = 100$  の時の、フローのスループットの累積確率は図 5 のようになっていた。この図からも、スケールフリーネットワークでは、ランダムネットワークと比較して、スループットの低いフローが多く存在する一方、非常にスループットの高いフローが少数ながら存在していることが分かる。

ここまで見てきたように、エンド-エンド性能に着目すると、スケールフリーネットワークは、ランダムネットワークよりも高いスループットを示していた。しかし、リンク単位の性能に着目すると、逆の結果が得られる。

図 6 に、ノード数  $N$  を 50 から 200 に変化させた時の、平均リンク利用率を示す。ボトルネックとなっているリンクの利用率は 1.0 であるが、ボトルネック以外のリンクや、フローが通

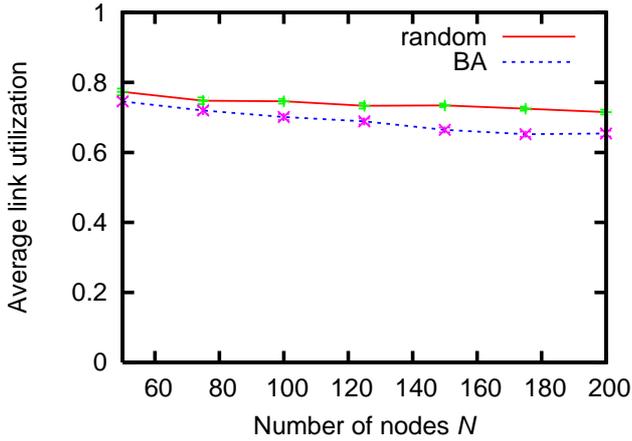


図6 ノード数  $N$  を変化させた時の平均リンク利用率 ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
 Fig. 6 Average link utilization for the different number of nodes  $N$  ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

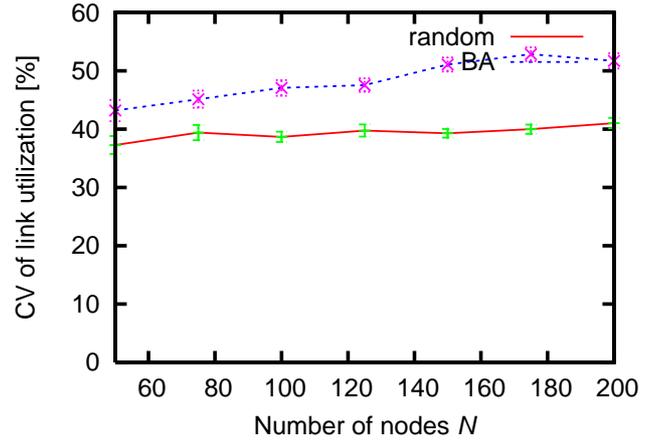


図7 ノード数  $N$  を変化させた時のリンク利用率の分散係数 ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
 Fig. 7 CV of link utilizations for the different number of nodes  $N$  ( $k = 3$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

過していないリンクも存在するため、平均リンク利用率は1.0より小さな値を取ることに注意されたい。この図より、ネットワーク中のノード数  $N$  にもよるが、スケールフリーネットワークよりも、ランダムネットワークの利用率が5~10%程度高いことが分かる。

この現象は、以下のように説明できる。スケールフリーネットワークでは、ランダムネットワークよりも平均距離が短いため、各フローが経由するリンク数が少なくなる。その結果、各フローが消費するネットワーク資源(リンクの帯域)は、スケールフリーネットワークのほうが小さくなる。例えば、 $N = 100$ の時の平均経路長は、ランダムネットワークおよびスケールフリーネットワークで、それぞれ4.1および3.7程度であった。この場合、スケールフリーネットワークでは、各フローは、ランダムネットワークの0.9(=3.7/4.1)倍程度のネットワーク資源しか消費しないと考えられる。

ただし、スケールフリーネットワークでは、多数のリンクを有するハブが存在するために、リンクの利用率に大きなばらつきが生じる。図7に、ノード数  $N$  を50から200に変化させた時の、リンク利用率の分散係数を示す。この図から、ランダムネットワークとスケールフリーネットワークを比較すると、スケールフリーネットワークのリンク利用率のばらつきが大きいことが分かる。この傾向は、ノード数  $N$  が大きくなるにつれより顕著となっている。

エンド-エンド性能という視点で見ると、ネットワークがスケールフリーネットワーク構造を持つということは、ノード間のホップ数が短くなるというプラスの効果と、ハブとなるノードにトラフィックが集中してしまうというマイナスの効果の両方がある。このどちらの効果が強いかによって、スケールフリーネットワークのエンド-エンド性能が決定されると考えられる。

例えば、図3では、ノード数  $N$  によらず、スケールフリーネットワークのスループットは、ランダムネットワークのスループットよりも高くなっていた。ネットワークがスケールフリー構造を持つことにより、ノード間のホップ数が短くなるという効果が大きかったためと考えられる。

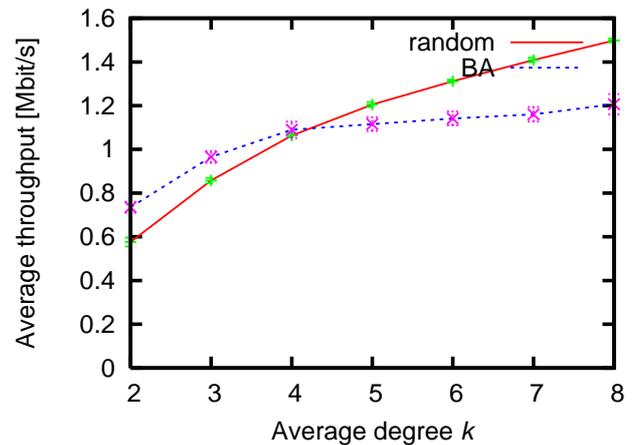


図8 平均次数  $k$  を変化させた時のフローの平均スループット ( $N = 100$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
 Fig. 8 Average flow throughput for a different average degree  $k$  ( $N = 100$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

しかし、平均次数が大きくなるにつれ、ネットワークがスケールフリー構造を持つことによるマイナスの影響が増大し、ランダムネットワークのほうが、スケールフリーネットワークよりも高いエンド-エンド性能を示す。ここまでは、平均次数を  $k = 3$  と固定した時の結果を示してきたが、平均次数  $k$  を2~8と変化させた時の、フローの平均スループットを図8に示す。

この図より、平均次数  $k$  が5以上の時、ランダムネットワークのスループットが、スケールフリーネットワークのスループットよりも高くなっていることがわかる。これは、以下のように説明できる。平均次数  $k$  が大きくなるにつれ、ネットワーク中のリンク数が増加する。リンク数が増加するにつれ、ネットワークの平均距離は小さくなるため、ランダムネットワークとスケールフリーネットワークにおいて、平均距離の差が小さ

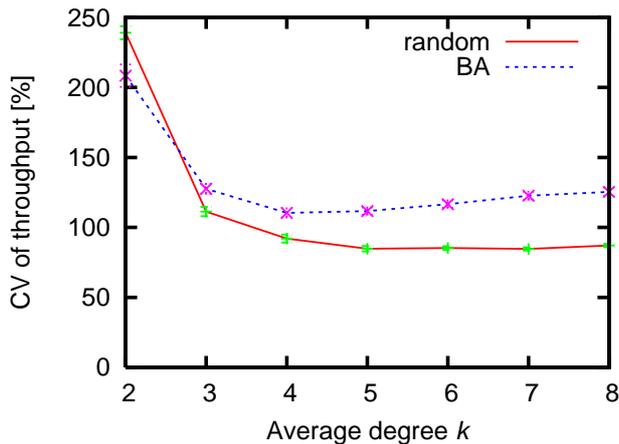


図9 平均次数  $k$  を変化した時のフローのスループットの分散係数 ( $N = 100$ ,  $B = 10$  [Mbit/s],  $\rho = 5.0$ )  
 Fig.9 CV of flow throughputs for a different average degree  $k$  ( $N = 100$ ,  $B = 10$  [Mbit/s], and  $\rho = 5.0$ )

くなる。一方、各フローのルーティングは最短経路によって決定されるため、ネットワークがスケールフリーネットワーク構造を持つ場合、ハブとなるノードにフローが集中してしまう。その結果、ハブとなるノードがボトルネックとなり、多くのフローのスループットが低く抑えられてしまうと考えられる。

## 6 まとめと今後の課題

本稿では、ネットワークのスケールフリー構造が、エンド-エンド性能にどのような影響を与えるかを、簡単な数値計算により明らかにした。その結果、(1) ネットワークの平均次数が小さい(ネットワーク中のリンク数が少ない)時には、スケールフリーネットワークのエンド-エンド性能が高いこと、(2) 逆に、ネットワークの平均次数が大きい(ネットワーク中のリンク数が多い)時には、ランダムネットワークのエンド-エンド性能が高いことを示した。

今後、ネットワークのスケールフリーネットワーク構造が、スループット以外のエンド-エンド性能(遅延やパケット棄却率)に与える影響を調査する予定である。また、今回評価の対象外とした、ネットワークのスケールフリー構造とTCPの輻輳制御との関係をも評価を行う予定である。

## 文 献

[1] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes, "Evolution of networks," *Advances in Physics*, vol. 51, pp. 1079–1187, Sept. 2002.  
 [2] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, "On power-law relationships of the Internet topology," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 29, pp. 251–263, May 1999.  
 [3] A. Vazquez, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani, "Large-scale topological and dynamical properties of the Internet," *Physical Review E*, vol. 65, p. 066130, June 2002.  
 [4] R. Albert and A. L. Barabasi, "Statistical mechanics of complex networks," *Thesis (PhD)*. University of Notre Dame, vol. 74, pp. 47–97, July 2001.  
 [5] H. L., "Topology control for multihop packet radio networks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 41, pp. 1474–1481, Oct. 1993.  
 [6] R. Albert, H. Jeong, and A. L. Barabasi, "Diameter of the world wide web," *Nature*, vol. 401, pp. 130–131, Sept. 1999.

[7] Y. Tu, "How robust is the Internet?," *Nature*, vol. 406, pp. 353–354, May 2000.  
 [8] B. Tadic and G. J. Rodgers, "Packet transport on scale free networks," *Advances in Complex Systems*, pp. 445–456, July 2002.  
 [9] C. M. Ghim, E. Oh, K. I. Goh, B. Kahng, and D. Kim, "Packet transport along the shortest pathways in scale-free networks," *The European Physical Journal B*, vol. 38, pp. 193–199, Feb. 2004.  
 [10] K. I. Goh, B. Kahng, and D. Kim, "Packet transport and load distribution in scale-free network models," *Physica A*, vol. 318, pp. 72–79, Feb. 2003.  
 [11] J. Ohkubo and T. Hosiguchi, "Scale-free property of optimal network for packet flow by a packet routing control," *Physica A*, vol. 353, pp. 649–660, Aug. 2005.  
 [12] A. P. S. de Moura, "Fermi-dirac statistics and traffic in complex networks," *Physical Review E*, vol. 71.066114, pp. 1–6, June 2005.  
 [13] B. Bollobas, *Random Graphs Second Edition*. Cambridge Univ Press, Oct. 2001.  
 [14] P. Erdos and A. Renyi, "On random graphs," *Mathematica*, vol. 6, pp. 290–297, 1959.  
 [15] R. Cohen and S. Havlin, "Scale-free network are ultra small," *Physical Review Letters*, p. 058701, Feb. 2003.  
 [16] G. Bianconi and A. L. Barabasi, "Competition and multiscaling in evolving networks," *Europhysics Letters*, vol. 54, pp. 436–442, May 2001.  
 [17] K. Klemm and V. M. Eguiluz, "Highly clustered scale-free networks," *Physical Review E*, vol. 65, p. 036123, Feb. 2002.  
 [18] A. L. Barabasi and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks," *Science*, vol. 286, pp. 509–512, Oct. 1999.  
 [19] D. Bertsekas and R. Gallager, *Data Networks*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1987.