着目する TCP コネクションとネットワークの相互作用を考慮した TCP の定常特性および過渡特性解析に関する検討

久松 潤之† 大崎 博之‡ 村田 正幸‡

† 大阪大学 大学院基礎工学研究科
〒 560-8531 大阪府豊中市待兼山町 1-3
Phone: 06-6850-6616, Fax: 06-6850-6589
E-mail: hisamatu@ics.es.osaka-u.ac.jp

‡ 大阪大学 サイバーメディアセンター
〒 560-0043 大阪府豊中市待兼山町 1-30
Phone: 06-6879-8793, Fax: 06-6879-8794
E-mail: {oosaki,murata}@cmc.osaka-u.ac.jp

あらまし インターネットでは、TCP (Transmission Control Protocol) においてウィンドウ型のフロー制御方式が用いられている。これまで、TCP の性能を解析した研究は数多く存在するが、その大部分はネットワークにおけるパケット棄却率を一定と仮定し、定常状態における TCP の特性を解析している。我々はこれまで、流体近似法および待ち行列理論を組み合わせることにより、ネットワーク全体を単一のフィードバックシステムとしてモデル化する手法を提案した。そこで本稿では、この解析手法を応用することにより、TCP の定常特性および過渡特性を解析する。まず、定常状態における、各 TCP コネクションのスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータにおける平均待ち行列長を導出する。さらに、制御理論を適用することにより、TCP の過渡特性を解析する。これにより、TCP のコネクション数や伝搬遅延時間などが、TCP の過渡特性にどのような局所的な影響を与えるかを明らかにする。その結果、帯域遅延積が TCP の安定性や過渡特性を大きく左右すること、TCP のコネクション数やバックグラウンドトラヒック量が増えるにつれ、ネットワークがより安定することが分かった。
和文キーワード TCP (Transimission Control Protocol)、流体近似法、待ち行列理論、定常特性、過渡特性

Steady State and Transient Behavior Analyses of TCP Coneections considering Interactions between TCP connections and Network

Hiroyuki Hisamatsu† Hiroyuki Ohsaki‡ Masayuki Murata‡

†Graduate School of Engineering Science, Osaka University
1-3 Machikaneyama, Toyonaka, Osaka 560-8531, Japan
Phone: +81-6-6850-6616, Fax: +81-6-6850-6589
E-mail: hisamatu@ics.es.osaka-u.ac.jp

‡Cybermedia Center, Osaka University
1-30 Machikaneyama, Toyonaka, Osaka 560-0043, Japan
Phone: +81-6-6879-8793, Fax: +81-6-6879-8794
E-mail: {oosaki, murata}@cmc.osaka-u.ac.jp

Abstract The Internet uses a window-based flow control mechanism in TCP (Transmission Control Protocol). In the literature, there have been a significant number of analytical studies on TCP. Most of those studies have focused on the statistical behavior of TCP by assuming a constant packet loss probability in the network. In our previous work, we have presented an approach for modeling the network as a single feedback system using fluid flow approximation and queueing theory. In this paper, by utilizing and extending our previous work, we analyze the steady state behavior and the transient behavior of TCP. We first derive the throughput and the packet loss probability of TCP and the number of packets queued in the bottleneck router. We then analyze the transient behavior of TCP using a control theoretic approach, showing the influence of the number of TCP connections and the propagation delay on its transient behavirour of TCP. We show that the bandwidth–delay product of a TCP connection significantly affects its stability and transient performance. We also show that the network becomes more stable as the number of TCP connections and/or the amount of background traffic increases.
key words TCP (Transimission Control Protocol), Fluid Flow Approximation, Queueing Theory, Steady State Behaviour, Transient Behaviour

1 はじめに

現在広く普及している TCP (Transmission Control Protocol) では、フィードバック型の輻輳制御として、ウィンドウ型のフロー制御が用いられている [1]。TCP には、ネットワーク内でパケットが棄却された場合に、棄却されたパケットを再び受信側ホストに送出するパケット再送機構と、ネットワークの輻輳状況に応じて、ウィンドウサイズを調整する輻輳制御機構が備えられている。

我々はこれまで、文献 [2] において、送信側ホストで動作する TCP を含んだネットワーク全体を、単一のフィードバックシステムと捉えるモデル化手法を提案した。それは、流体近似法および待ち行列理論を組み合わせることにより、TCP の輻輳制御機構と、TCP から見たネットワーク全体を、それぞれ個別のシステムとしてモデル化する手法であった。TCP の輻輳制御機構は、ネットワーク内でのパケット棄却の有無をもとに、ウィンドウサイズを変更する。このため、TCP の輻輳制御機構を、ネットワーク内でのパケット棄却率を入力とし、ウィンドウサイズを出力とする 1 入力 1 出力のシステムとしてモデル化した。一方、TCP のウィンドウサイズが大きくなると、ボトルネックの直前のルータにおいてバッファ内パケット数が増加し、ボトルネックルータ (ボトルネックリンクの直前のルータ) におけるパケット棄却率が大きくなるという傾向がある。このため、TCP から見たネットワーク全体を、TCP のウィンドウサイズを入力、パケット棄却率を出力とする 1 入力 1 出力のシステムとしてモデル化した。TCP のモデル化には、文献 [3-5] で提案されている 4 種類の解析手法を一部拡張して用いた。また、ネットワークのモデル化には、バックグラウンドトラヒックを考慮した M/M/1/m を用いた。

本稿では、文献 [2] で提案したモデル化手法を拡張することにより、TCP の定常特性および過渡特性を解析する。まず、定常状態における、各 TCP コネクションのスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータにおける平均待ち行列長を導出する。これまで、TCP の定常特性を数学的に解析した研究は数多く存在するが、その多くは、ネットワークにおけるパケット棄却率を一定と仮定し、その時の TCP のスループット [6-8] やウィンドウサイズの分布 [9-11] を導出している。本稿では、TCP を含んだネットワーク全体を、単一のフィードバックシステムとして捉え、TCP とネットワークの相互作用をモデル化しているという点に特徴がある。さらに、制御工学の分野で用いられている制御理論を適用することにより、TCP の過渡特性解析を行う。これにより、TCP のコネクション数や伝搬遅延時間、ボトルネックリンクの容量やバッファサイズなどが、TCP の安定性および過渡特性に与える影響を定量的に明らかにする。

以下、2 章において、文献 [2] で提案した、流体近似法および待ち行列理論を組み合わせたモデル化手法の概要を説明する。3 章において、定常状態における TCP のスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータのパケット待ち行列長を導出する。また、解析結果とシミュレーション結果を比較することにより、近似解析の妥当性を検証する。さらに 4 章において、制御理論を適用することにより、TCP の過渡特性を解析する。最後に 5 章において、本稿のまとめと今後の課題について述べる。

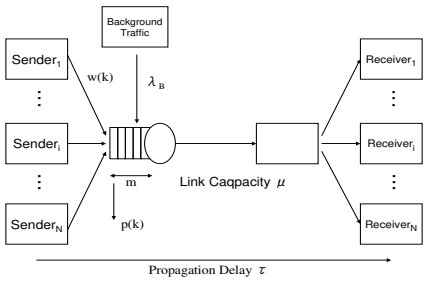


図 1: 解析モデル

2 解析モデルと状態遷移方程式

本稿では、文献 [2] で提案したモデル化手法を用いて、TCP の特性解析を行う。そこでまず、このモデル化手法の概要を簡単に説明する。モデル化手法の詳細については、文献 [2] を参照されたい。

本稿で用いる解析モデルを図 1 に示す。着目する TCP コネクションを含めたネットワーク全体を、ネットワークと TCP コネクションの輻輳制御機構の相互作用によって動作する、単一のフィードバックシステムとしてモデル化する。さらに、TCP およびネットワークを、時間スロット (送信側ホストへの ACK 到着間隔) ごとに状態が変化する、離散時間システムと考える。解析で用いる記号の定義を表 1 に示す。

表 1: 解析で用いる記号の定義

N	:	TCP のコネクション数
μ	:	ボトルネックリンクの容量
τ	:	送信側ホスト–受信側ホストの伝搬遅延時間
λ_B	:	バックグラウンドトラヒックの到着率
m	:	ボトルネックルータのバッファサイズ
$w(k)$	:	k 番目のスロットにおけるウィンドウサイズ
$p(k)$	:	k 番目のスロットにおけるパケット棄却率

TCP の輻輳制御機構は、ネットワーク内でのパケット棄却の有無をもとに、ウィンドウサイズを変更する。このため、TCP の輻輳制御機構を、以下のように、ネットワークでのパケット棄却率を入力とし、ウィンドウサイズを出力とする 1 入力 1 出力のシステムとしてモデル化する。具体的には、TCP の輻輳制御機構を、ACK パケットの到着ごとに、パケット棄却率に応じて確率的にウィンドウサイズを変化させる、流体近似モデルで近似する [2]。

$$
\begin{aligned}
w(k+1) = w(k) &+ \frac{1 - p(k+1-w(k))}{w(k)} \\
&- \frac{(1 - \hat{Q}(w(k), p(k)))\, p(k+1-w(k))\, w(k)}{2} \\
&- p(k+1-w(k))\, \hat{Q}(w(k), p(k))
\end{aligned} \tag{1}
$$

ただし $\hat{Q}(w,p)$ は、ウィンドウサイズが w、パケット棄却率が p の時に、タイムアウトによってパケット棄却を検出する確率であり、次式で与えられる。[3]

$$\hat{Q}(w,p) = \frac{(1-(1-p)^3)\,(1+(1-p)^3\,(1-(1-p)^{w-3}))}{(1-(1-p)^w)}$$

一方、TCP のウィンドウサイズが大きくなると、ボトルネックルータにおいてバッファ内パケット数が増加し、ボトルネックルータにおけるパケット棄却率が大きくなるという傾向がある。このため、着目する TCP コネクションから見たネットワーク全体を、TCP のウィンドウサイズを入力、パケット棄却率を出力とする 1 入力 1 出力のシステムとしてモデル化する。具体的には、TCP から見たネットワーク全体を、バックグラウンドトラヒックを考慮した、M/M/1/m 待ち行列によって近似する [2]。

$$p(k) = \frac{(1-\rho(k))\,\rho(k)^m}{1-\rho(k)^{m+1}} \tag{2}$$

ここで、$\rho(k)$ および $r(k)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\rho(k) &= \frac{1}{\mu}\left(\frac{N\,w(k)}{r(k)} + \lambda_B\right)\\ r(k) &= 2\tau + \frac{\rho(k)^2\,(1-m\,\rho(k)^m + m\,\rho(k)^{m+1})}{\mu(1-\rho(k)^{m+2})\,(1-\rho(k))}\end{aligned} \tag{3}$$

なお、ここでは簡単のため、着目するすべての TCP コネクションの伝搬遅延時間が等しく、すべて同期して動作していると仮定している。

3 定常状態解析

まず、2 章で説明した、ウィンドウサイズ $w(k)$ およびパケット棄却率 $p(k)$ の状態遷移方程式 (式 1、2) を用いて、定常状態における TCP のスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長を導出する。さらに、解析結果とシミュレーション結果を比較することにより、近似解析の妥当性を検証する。

TCP の輻輳制御機構は、AIMD (Additive Incerase Multiplicativ]e Decrease) 型のフィードバック制御であるため、伝搬遅延時間が 0 でなければウィンドウサイズは振動し、一定値に収束することはない。本稿における $w(k)$ は、振動するウィンドウサイズの値そのものではなく、十分に時間が経過した時のウィンドウサイズの期待値を意味している。

定常状態における TCP のウィンドウサイズ、TCP から見たネットワークのパケット棄却率を、それぞれ w^* および p^* と定義する。

$$w^* \equiv \lim_{k\to\infty} w(k) \tag{4}$$

$$p^* \equiv \lim_{k\to\infty} p(k) \tag{5}$$

これらの値は、式 (1) および式 (2) の両辺において、$w^* \equiv w(k)$、$p^* \equiv p(k)$ とおき、これを解くことで容易に求めることができる。これより、定常状態における TCP のスループット T、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長 L を、以下のように求めることができる。

$$T = \frac{w^*}{r^*} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}L &= \mu(r^* - 2\tau)\\ &= \frac{\rho(k)^2\,(1-m\,\rho(k)^m + m\,\rho(k)^{m+1})}{\mu(1-\rho(k)^{m+2})\,(1-\rho(k))}\end{aligned} \tag{7}$$

次に、いくつかの解析結果とシミュレーション結果を比較し、近似解析の妥当性を検証する。解析結果では、式 (6)、(5)、(7) より、それぞれ TCP のスループット、パケット棄却率、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長を計算する。シミュレーションでは、図 1 のネットワークトポロジに対して、ns-2 [12] を用いてシミュレーションを行う。24 秒間のシミュレーションを行い、最初の 4 秒間を除いた 20 秒間の、スループット、パケット棄却率、平均パケット待ち行列長を計算する。すべて 50 回のシミュレーションを行い、50 回の平均値および 95% 信頼区間を得る。

数値例およびシミュレーションでは、以下のようなパラメータを用いる。コネクション数 $N = 10$、ボトルネックリンクの容量 $\mu = 2$ [パケット/ms]、伝搬遅延時間 $\tau = 30$ [ms]、バックグラウンドトラヒックの到着率 $\lambda_B = 0.2$ [パケット/ms]、ボトルネックルータのバッファサイズ $m = 50$ [パケット]。なお、シミュレーションにおいては、バックグラウンドトラヒックを UDP トラヒックでモデル化し、TCP および UDP のパケットサイズを等しく 1,000 [バイト] とした。

図 3 に、ボトルネックリンクの容量 μ が変化した場合の、TCP のスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長を示す。なお、図 3(a) には、文献 [3] で導出されている TCP のスループットの式を用いて計算した結果をあわせて示している。文献 [3] では、ネットワークにおけるパケット棄却率および TCP のラウンドトリップ時間が既知の場合の、TCP のスループットを導出している。ここでは、ネットワークにおけるパケット棄却率として、シミュレーションで測定したパケット棄却率を、ラウンドトリップ時間として、シミュレーションで測定した往復伝搬遅延時間を用いた。この図から、TCP のスループットおよびパケット棄却率に関して、解析結果とシミュレーション結果が非常に良く一致していることがわかる。特に TCP のスループットに関して、式 (6) の値が、文献 [3] の結果を用いて計算した値よりも、よりシミュレーション結果に近いことがわかる。ただし、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長に着目すると、特にボトルネックリンクの容量が大きい時に、解析結果とシミュレーションがあまり一致していない。これは、本解析において、ボトルネックルータに到着するパケットが、ポアソン到着に従うと仮定しているのが原因と考えられる。つまり、シミュレーションでは、バックグラウンドトラヒック量を $\lambda_B = 0.2$ と固定している。このため、ボトルネックリンクの容量が大きくなると、バックグラウンドトラヒッ

クに比べて、相対的に TCP のトラヒック量が多くなる。その結果、ボトルネックルータに到着するパケットを、ポアソン到着で近似できなくなるためと考えられる。

次に図 4 に、伝搬遅延時間が変化した場合の、TCP のスループットおよびパケット棄却率、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長を示す。この図においても、TCP のスループットに関して、解析結果とシミュレーション結果が、非常によく一致していることがわかる。また、TCP のパケット棄却率は、伝搬遅延時間が大きくなるにつれ、解析結果がシミュレーション結果から外れる。ただし、この図においても、ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長に関しては、解析結果とシミュレーション結果が一致していない。これも、さきほどと同じように、本解析における仮定が影響していると考えられる。TCP はウィンドウ型のフロー制御であるため、伝搬遅延時間が大きくなるにつれ、送信側ホストから送出されるパケットが、よりバースト的になる。その結果、伝搬遅延時間が大きくなると、ボトルネックルータに到着するパケットが、ポアソン到着で近似できなくなるためと考えられる。

4 過渡特性解析

以下では、2 章で説明した状態遷移方程式を用いて、過渡状態における TCP の特性を解析する。具体的には、制御理論を適用することにより、平衡点 (定常状態) の近傍で、TCP のウィンドウサイズやパケット棄却率がどのように収束するかを解析的に明らかにする。

k 番目のスロットにおける、TCP のウィンドウサイズ $w(k)$ およびパケット棄却率 $p(k)$ の、それぞれの平衡点 w^* および p^* からの差を $\mathbf{x}(k)$ と定義する。

$$\mathbf{x}(k) \equiv \begin{bmatrix} w(k) - w^* \\ p(k) - p^* \end{bmatrix}$$

式 (1)、(2) は非線型方程式であるが、これを平衡点 w^* および p^* の近傍で 1 次近似すれば、以下の行列の形で書くことができる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(k) \tag{8}$$

ここで $\mathbf{A}$ を状態遷移行列と呼ぶ。この状態遷移行列の固有値が、平衡点の近傍におけるフィードバックシステムの安定性および過渡特性を決定する [13]。一般に、状態遷移行列の固有値の最大絶対値が 1 より小さい時、システムは安定となる。また、状態遷移行列の固有値の絶対値が小さいほど、過渡特性が向上する。以下では、いくつかの数値例を用いて、TCP のコネクション数や伝搬遅延時間、ボトルネックリンクの容量やボトルネックルータのバッファサイズなどが、TCP の安定性や過渡特性にどのような影響を与えるかを明らかにする。

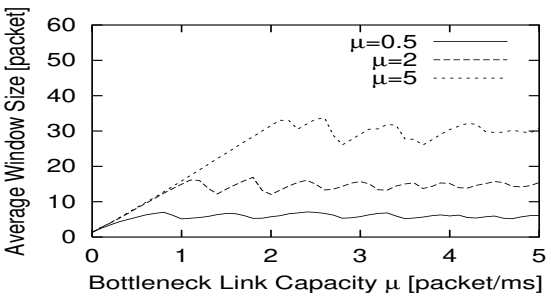
まず、TCP のコネクション数 N が、5、10、15 の場合の、固有値の最大絶対値を図 5 に示す。この図では、ボトルネックリンクの容量 μ を 0–5 [パケット/ms]、伝搬遅延時間を 0–50 [ms] と変化させ、状態遷移行列 $\mathbf{A}$ の固有値の最大絶対値をプロットしている。その他のパラメータについては、図 3 と同じ値を用いている。つまり、ボトルネックルータのバッファサイズ $m = 50$ [パケット]、バックグラウンドトラヒックの到着率 $\lambda_B = 0.2$ [パケット/ms] である。

まず、図 5(a) より、固有値の最大絶対値は $\mu \times \tau$ によって決まっていることが分かる。これは、ネットワークの安定性および過渡特性が、帯域遅延積によって決まることを意味している。このことは、TCP の輻輳制御機構が、ウィンドウ型のフロー制御であることと、ACK 受信ごとにウィンドウサイズを変化させることから説明できる。つまり、TCP の輻輳制御機構は、ACK 受信ごとにウィンドウサイズを変化させるが、1 ラウンドトリップ時間中にネットワーク中に存在する ACK パケット数は、(パケット長が一定と仮定すれば) 帯域遅延積に比例する。つまり、帯域遅延積が大きくなるということは、フィードバックシステムとして考えた場合、フィードバック遅延もしくはフィードバックゲインが大きくなることを意味する。このため、帯域遅延積によって、ネットワークの安定性および過渡特性が決定されると考えられる。

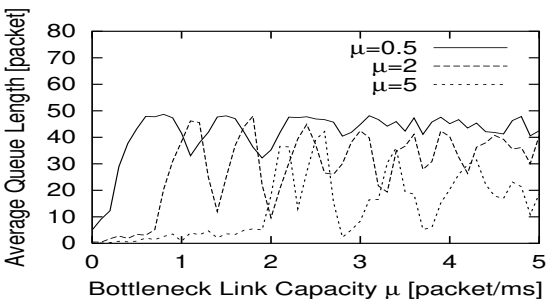
さらに、図 5(a)–(c) を比較すると、TCP のコネクション数が増加するにつれ、ネットワークを安定化できるパラメータ領域 (安定領域) が大きくなっていることがわかる。TCP コネクション数が増加すると、各 TCP コネクションあたりの帯域遅延積が小さくなる。このため、結果としてフィードバック遅延もしくはフィードバックゲインを小さくする効果があると考えられる。

次に、TCP のコネクション数 $N = 10$ と固定し、バックグラウンドトラヒックの到着率 λ_B を、0、0.2、0.5 [パケット/ms] と変化させた時の、固有値の最大絶対値を図 6 に示す。図 6(a)–(c) を比較することにより、バックグラウンドトラヒック量が増加するにつれ、わずかに安定領域が大きくなっていることがわかる。これは、バックグラウンドトラヒック量が増加することは、TCP コネクションの利用可能帯域が減少することを意味するためと考えられる。つまり、TCP コネクションの利用可能帯域が減少した結果、帯域遅延積が小さくなり、その結果安定領域が大きくなったと考えられる。

最後に、過渡特性解析の妥当性を検証するために、状態遷移行列の最大固有値の違いによって、TCP の過渡特性がどのように変化するかをシミュレーションによって示す。図 2 に、ボトルネックリンクの容量 μ を、0.5、2.0、5.0 [パケット/ms] と変化させた時の、シミュレーションによって得られた TCP のウィンドウサイズ、ボトルネックルータのパケット待ち行列長の時間的変動を示す。ボトルネックリンクの容量 μ が 0.5、2.0、5.0 [パケット/ms] の時、状態遷移行列の最大固有値は、それぞれ 0.619、0.780、0.923 であった (図 5 (b) 参照)。なお、ボトルネックリンクの容量以外のパラメータについては、図 3 と同じ値を用いている。ここでは、20 回のシミュレーションを行い、TCP のウィンドウサイズの平均値値と、ボトルネックルータのパケット待ち行列長の平均値



(a) TCP の平均ウィンドウサイズ



(b) ボトルネックルータの平均待ち行列長

図 2: シミュレーション結果 (ボトルネックルータの容量が変化した場合、20 回のシミュレーションの平均値)

の時間的な変動をプロットしている。具体的には、100 ms ごとにウィンドウサイズの平均値と、ボトルネックルータでのパケット待ち行列長を計算している。この図から、最大固有値が小さい (ボトルネックリンクの容量が小さい) ほど、シミュレーションにおける TCP の過渡特性が良くなっていることがわかる。

5 まとめと今後の課題

本稿では、我々がこれまでに提案したモデル化手法を拡張することにより、TCP の定常特性および過渡特性を解析した。まず、定常状態における、各 TCP コネクションのスループット、パケット棄却率、ボトルネックルータにおける平均待ち行列長を導出した。また、制御理論を適用することにより、TCP の過渡特性を解析した。その結果、帯域遅延積が TCP の安定性や過渡特性を大きく左右すること、TCP のコネクション数、もしくはバックグラウンドトラヒック量が増えるにつれ、ネットワークはより安定することが明らかになった。

今後の課題として、本解析手法を、より一般的な多段接続されたネットワークへ適用することや、より厳密な解析モデルを用いることにより、近似解析の精度を高めることなどが挙げられる。

参考文献

[1] V. Jacobson and M. J. Karels, "Congestion avoidance and control," in *Proceedings of SIGCOMM '88*, pp. 314–329, Nov. 1988.

[2] 高垣 景一, 大崎 博之, 村田 正幸, "流体近似法および待ち行列理論を組み合わせた TCP の フィードバック型輻輳制御機構のモデル化," 電子情報通信学会技術研究報告 (SSE2000-298), Mar. 2001.

[3] J. Padhye, V. Firoiu, D. Towsley, and J. Kurose, "Modeling TCP throughput: a simple model and its empirical validation," in *Proceedings of ACM SIGCOMM '98*, 1998.

[4] T. J. Ott, "ECN protocols and the TCP paradigm," in *Proceedings of IEEE INFOCOM 2000*, pp. 100–109, Mar. 2000.

[5] H. Ohsaki, M. Murata, and H. Miyahara, "Steady state analysis of the RED gateway: stability, transient behavior, and parameter setting," to appear in *IEICE Transactions on Communications*, Jan. 2002.

[6] C. Casetti and M. Meo, "A new approach to model the stationary behavior TCP connections," in *Proceedings of IEEE INFOCOM 2000*, pp. 367–375, Mar. 2000.

[7] T. J. Ott, J. Kemperman, and M. Mathis, "The stationary behavior of ideal TCP congestion avoidance," 1996.

[8] A. Misra and T. J. Ott, "The window distribution of idealized TCP congestion avoidance with variable packet loss," in *Proceedings of IEEE INFOCOM '99*, pp. 1564–1572, 1999.

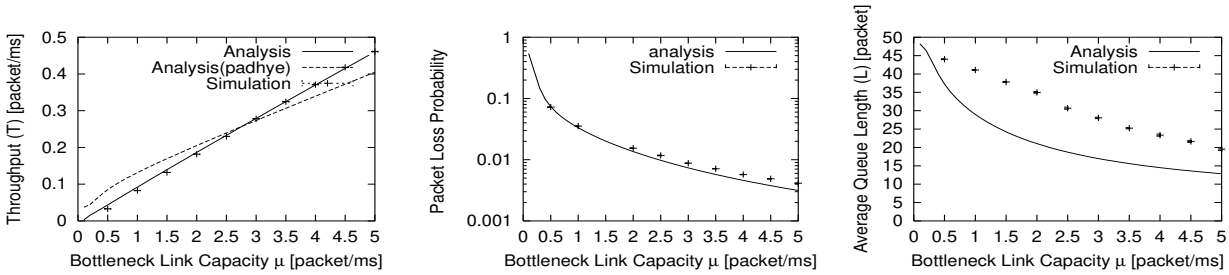
[9] A. Kumar, "Comparative performance analysis of versions of TCP in a local network with a lossy link," vol. 6, no. 4, pp. 485–498, 1998.

[10] J. Padhye, V. Firoiu, and D. Towsley, "A stochastic model of TCP Reno congestion avoidance and control," tech. rep., CMPSCI Technical Report 99-02, 1999.

[11] M. Mathis, J. Semke, and J. Mahdavi, "The macroscopic behavior of the TCP congestion avoidance algorithm," *ACM SIGCOMM Communication Review*, vol. 27, July 1997.

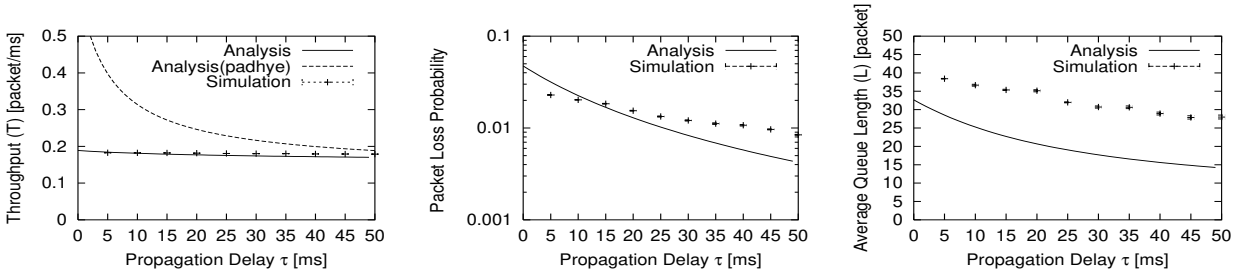
[12] "The network simulator." available at `http://www.isi.edu/nsnam/ns/`.

[13] 高垣 景一, 大崎 博之, 村田 正幸, "伝搬遅延時間の異なる複数の TCP コネクションを考慮したウィンドウ型フロー制御方式の特性解析," 電子情報通信学会技術研究報告 (IN2000-3), pp. 13–18, Apr. 2000.



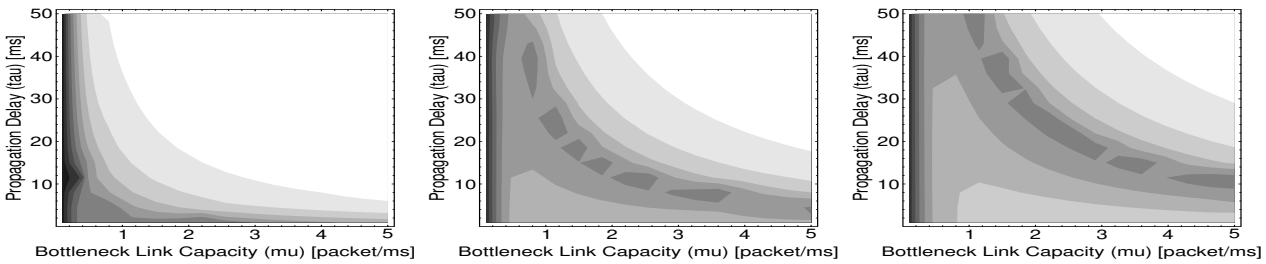
(a) TCP のスループット　(b) TCP のパケット棄却率　(c) ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長

図 3: 解析結果とシミュレーション結果の比較 (ボトルネックリンクのリンク容量 μ を変化させた場合)



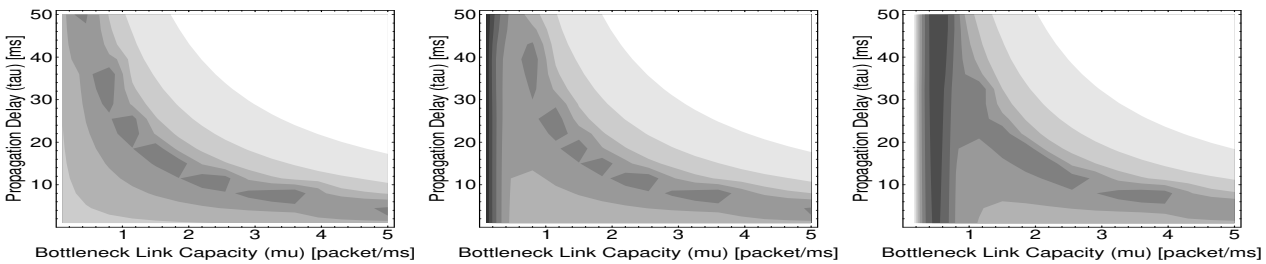
(a) TCP のスループット　(b) TCP のパケット棄却率　(c) ボトルネックルータの平均パケット待ち行列長

図 4: 解析結果とシミュレーション結果の比較 (伝搬遅延時間 τ を変化させた場合)



(a) $N = 5$　(b) $N = 10$　(c) $N = 15$

図 5: μ–τ 平面における固有値の最大絶対値 (TCP のコネクション数 N を変化させた場合)



(a) $\lambda = 0$ [packet/ms]　(b) $\lambda = 0.2$ [packet/ms]　(c) $\lambda = 0.5$ [packet/ms]

図 6: μ–τ 平面における固有値の最大絶対値 (バックグラウンドトラヒック量 λ_B を変化させた場合)